

Пробный вариант контрольной работы
на темы «Факторпространства» и «Жорданова нормальная форма»

1. (3 балла). Векторное подпространство $L \subset \mathbb{R}^4$ состоит из всех векторов (x_1, x_2, x_3, x_4) , удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Пусть $v_1 = (1, 0, 2, 1)$ и $v_2 = (3, -1, 1, 2)$. Исследовать на линейную зависимость векторы $v_1 + L$ и $v_2 + L$ в факторпространстве \mathbb{R}^4/L .

2. Линейный оператор T в некотором базисе трехмерного векторного пространства имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

- (a) (2 балла). Найдите жорданову нормальную форму оператора T .
(b) (2 балла). Укажите какой-либо жорданов базис оператора T .
(c) (1 балл). Найдите собственные и корневые подпространства оператора T .
3. (4 балла). Пусть $J = J_6(\lambda)$ — жорданова клетка размера 6×6 с λ на диагонали. Найти жорданову нормальную форму матрицы $J^3 - 5J^2 + 8J - 4$, если (a) $\lambda = 1$;
(b) $\lambda = 2$.